**Олимпиада 3**

**Задача 1.** Пусть ABCD (AD || BC) — равнобокая трапеция. Биссектриса угла ABD пересекает основание AD в точке L. Точки K и N на отрезках AC и CD соответственно выбраны так, что AK = AL и DN = DL. Докажите, что точки B, C, K и N лежат на одной окружности.

**Задача 2.** Пусть $P(x)$ – многочлен с действительными коэффициентами. Известно, что для некоторого $k\in N$ число $P(k)$ не является целым. Докажите, что существует бесконечно много $m\in Z$ таких, что число $P(m)$ не является целым.

**Задача 3.** Даны положительные числа $a,b,c,d$ такие, что $\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}+\frac{1}{c+1}+\frac{1}{d+1}=2$. Докажите неравенство

$$\sqrt{\frac{a^{2}+1}{2}}+\sqrt{\frac{b^{2}+1}{2}}+\sqrt{\frac{c^{2}+1}{2}}+\sqrt{\frac{d^{2}+1}{2}}\geq 3\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}\right)-8$$

**Олимпиада 3**

**Задача 1.** Пусть ABCD (AD || BC) — равнобокая трапеция. Биссектриса угла ABD пересекает основание AD в точке L. Точки K и N на отрезках AC и CD соответственно выбраны так, что AK = AL и DN = DL. Докажите, что точки B, C, K и N лежат на одной окружности.

**Задача 2.** Пусть $P(x)$ – многочлен с действительными коэффициентами. Известно, что для некоторого $k\in N$ число $P(k)$ не является целым. Докажите, что существует бесконечно много $m\in Z$ таких, что число $P(m)$ не является целым.

**Задача 3.** Даны положительные числа $a,b,c,d$ такие, что $\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}+\frac{1}{c+1}+\frac{1}{d+1}=2$. Докажите неравенство

$$\sqrt{\frac{a^{2}+1}{2}}+\sqrt{\frac{b^{2}+1}{2}}+\sqrt{\frac{c^{2}+1}{2}}+\sqrt{\frac{d^{2}+1}{2}}\geq 3\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}\right)-8$$

**Олимпиада 3**

**Задача 1.** Пусть ABCD (AD || BC) — равнобокая трапеция. Биссектриса угла ABD пересекает основание AD в точке L. Точки K и N на отрезках AC и CD соответственно выбраны так, что AK = AL и DN = DL. Докажите, что точки B, C, K и N лежат на одной окружности.

**Задача 2.** Пусть $P(x)$ – многочлен с действительными коэффициентами. Известно, что для некоторого $k\in N$ число $P(k)$ не является целым. Докажите, что существует бесконечно много $m\in Z$ таких, что число $P(m)$ не является целым.

**Задача 3.** Даны положительные числа $a,b,c,d$ такие, что $\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}+\frac{1}{c+1}+\frac{1}{d+1}=2$. Докажите неравенство

$$\sqrt{\frac{a^{2}+1}{2}}+\sqrt{\frac{b^{2}+1}{2}}+\sqrt{\frac{c^{2}+1}{2}}+\sqrt{\frac{d^{2}+1}{2}}\geq 3\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}\right)-8$$